

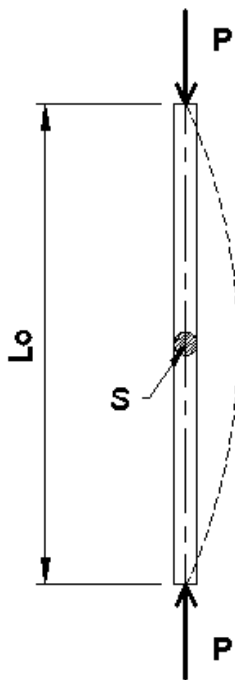


## Pandeo

Al estudiar piezas sometidas a compresión se deben considerar dos casos.

- Piezas cortas: la longitud no es muy grande en comparación con las dimensiones de la sección transversal.
- Piezas Largas: la longitud es bastante mayor que las dimensiones de la sección transversal.

En las piezas cortas la compresión provoca acortamiento. En las piezas largas el esfuerzo de compresión deforma lateralmente la pieza provocando pandeo. En el primer caso el material falla por aplastamiento. En el segundo falla por flexión.



### **Formula de Euler para la determinación de la carga crítica de pandeo**

La carga para la cual empieza a manifestarse la flexión lateral en las piezas largas se denomina carga crítica de pandeo y se calcula mediante la siguiente expresión:

$$P_c = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J}{L_0^2}$$

*E = Modulo de elasticidad longitudinal del material*

*J = Menor momento de inercia de la sección transversal*

*L<sub>0</sub> = Longitud de cálculo de pandeo*

**La tensión crítica de pandeo**, es decir el valor de la tensión de compresión en el momento de iniciarse el pandeo será:

$$\sigma_c = \frac{P_c}{S} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J}{S \cdot L_0^2}$$

### Radio de giro de la sección

$$i = \sqrt{\frac{J}{S}} \rightarrow i^2 = \frac{J}{S}$$

### Relación de esbeltez

Es la relación entre la longitud de la barra y el radio de giro de la sección

$$\lambda = \frac{L_0}{i}$$

De esta manera podemos escribir:

$$i^2 = \frac{L_0^2}{\lambda^2} = \frac{J}{S}$$

La expresión de la **tensión crítica de pandeo** nos queda:

$$\sigma_c = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2}$$



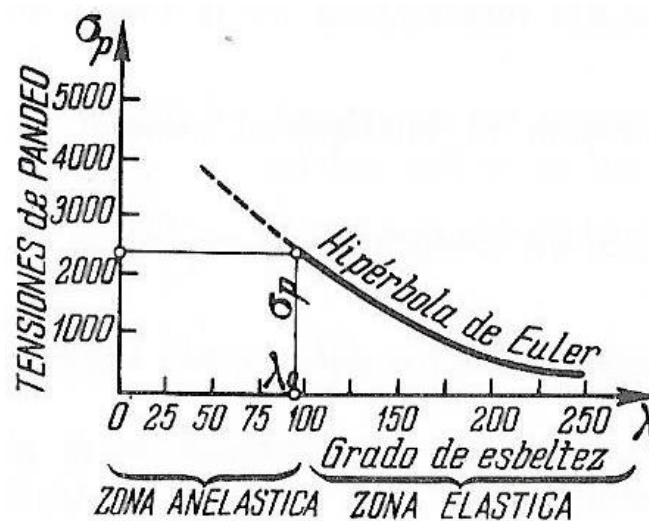
Como vemos la tensión crítica de pandeo depende del material ( $E$ ) y de la relación de esbeltez.

*Cuanto mayor sea la relación de esbeltez menor será la tensión crítica de pandeo.*

### **Pandeo Elástico**

El pandeo se denomina elástico cuando suprimida la carga, la deformación desaparece. Esto sucede cuando la tensión crítica de pandeo es inferior a la tensión correspondiente al límite elástico del material.

Si representamos gráficamente las tensiones críticas de pandeo en función de la relación de esbeltez para un determinado material, el grafico obtenido será una hipérbola llamada hipérbola de Euler.



*Para cada material existe un valor de relación de esbeltez para el cual la tensión crítica de pandeo coincide con la tensión en el límite elástico.*

*Por encima de este valor de esbeltez estamos en la zona de pandeo elástico.*

$$\sigma_c = \sigma_e = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2}$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E}{\sigma_e}}$$

*Para el caso de los aceros, tomando:*

$$E = 2130000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_e = 2300 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot 2130000}{2300}} = 96$$

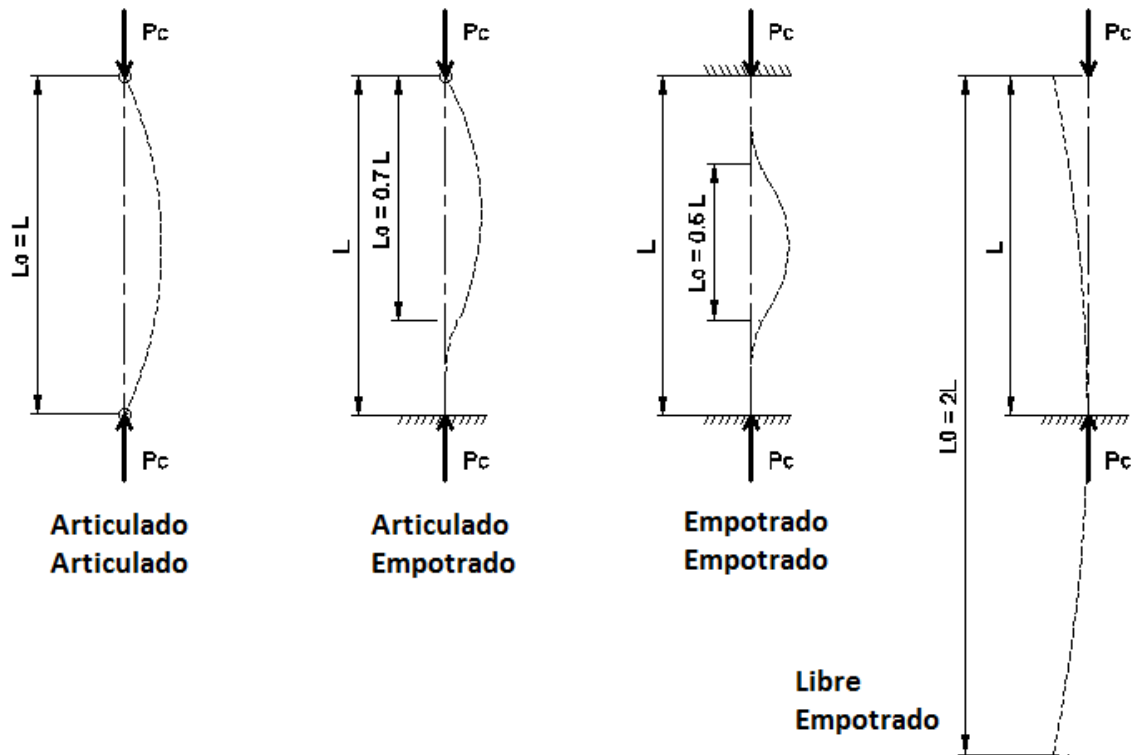


Por debajo de este valor de esbeltez entramos en la zona de pandeo anelástico y la fórmula de Euler no tiene validez

**Vínculos de las piezas sometidas a pandeo**

Vimos que tanto para el cálculo de las cargas como de las tensiones críticas de pandeo se utiliza una longitud  $L_0$  denominada longitud de cálculo de pandeo que considera la forma en que está vinculada la columna.

Se pueden presentar cuatro casos:



**Coeficiente de seguridad al pandeo**

Por razones de seguridad, la carga admisible  $P$  capaz de ser soportada por la columna se limita al cociente entre la carga crítica de pandeo  $P_c$  y un coeficiente de seguridad  $K > 1$  que está establecido para distintos materiales:

$$P_{adm} = \frac{P_c}{K}$$

Donde:

- $K = 2.5$  a  $4$  para el acero
- $K = 6$  para fundición
- $K = 8$  a  $10$  para madera

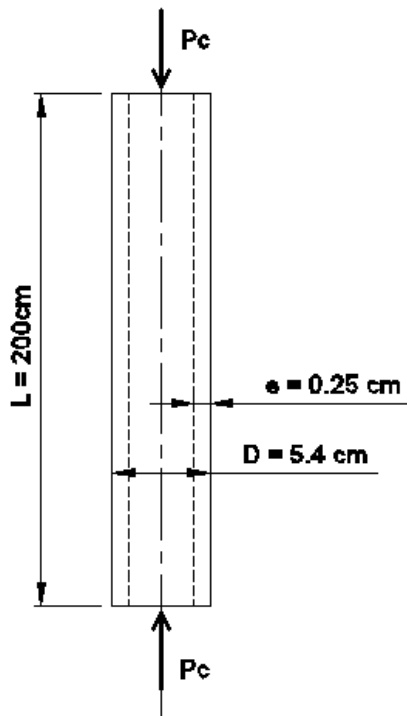
Ejercicio N1

Una barra de acero ST37 articulada en ambos extremos tiene 200 cm de largo. Las características de la sección transversal se indican en la figura. Calcular:

- a. La relación de esbeltez



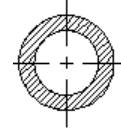
- b. La carga crítica de pandeo
- c. La tensión crítica de pandeo
- d. La carga máxima que soporta a compresión (si no se produciría pandeo)



Datos de la sección:

$$S = 4.05 \text{ cm}^2$$

$$J = 13.4 \text{ cm}^4$$



Datos del material:

$$E = 210000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_{ET} = 3700 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_e = 2400 \text{ Kg/cm}^2$$

- a. Relación de esbeltez de la barra

$$\lambda = \frac{L_0}{i}$$

Como la barra está articulada en ambos extremos  $L_0 = L = 200 \text{ cm}$   
El radio de giro de la sección será:

$$i = \sqrt{\frac{J}{S}} = \sqrt{\frac{13.4 \text{ cm}^4}{4.05 \text{ cm}^2}} = 1.82 \text{ cm}$$

Y la relación de esbeltez valdrá:

$$\lambda = \frac{200 \text{ cm}}{1.82 \text{ cm}} = \mathbf{109.9}$$

- b. Carga crítica de Pandeo
- c.

$$P_c = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J}{L_0^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2100000 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \cdot 13.4 \text{ cm}^4}{(200 \text{ cm})^2} = \mathbf{6943 \text{ Kg}}$$

- d. Tensión crítica de pandeo

$$\sigma_c = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2100000 \text{ Kg/cm}^2}{109.9^2} = \mathbf{1716 \text{ kg/cm}^2}$$



e. *Carga máxima que soporta la barra a compresión*

$$\sigma_{EC} = \frac{P}{S} \rightarrow P = \sigma_{EC} \cdot S = \frac{3700Kg}{cm^2} \cdot 4.05 cm^2 = \mathbf{14985 Kg}$$

*Como se puede apreciar, el pandeo disminuye la capacidad de absorber carga axial de compresión de la barra.*